

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

1) Να απλοποιηθεί η παράσταση $A = \left[\frac{(x^2 y^{-2})^2}{(x^{-4} y^2)^{-1}} \right]^{-2}$

2) Να αποδειχθεί η ταυτότητα:

$$(\alpha x + \beta y)^2 + (\alpha y - \beta x)^2 + (\gamma x)^2 + \gamma^2 y^2 = (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)(x^2 + y^2)$$

3) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\left(\frac{\alpha + 2\beta}{\alpha^2 - \beta^2} + \frac{\alpha - 2\beta}{(\alpha - \beta)^2} \right) : \frac{\alpha^2 - 2\beta^2}{(\alpha - \beta)^2}$$

4) Η απλοποιημένη μορφή της παράστασης $\frac{4x^2 - 8xy + (2y)^2}{2x^2 - 2y^2}$ είναι:

A. $\frac{2(x-y)}{x+y}$, B. $\frac{2}{x+y}$, Γ. $\frac{2(x-y)}{x^2 - y^2}$, Δ. 2 , E. 4

5) Οι πραγματικές τιμές του λ για τις οποίες είναι αδύνατη η εξίσωση

$$(\lambda - 1)x - 5 = (2\lambda + 1)(x + 1) - \lambda \quad \text{είναι:}$$

A. $\lambda = 2$, B. $\lambda = -2$, Γ. $\lambda = 1$, Δ. $\lambda = 1$ η' $\lambda = -2$

6) Να λύσετε για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{Q}$ την εξίσωση

$$\lambda(\lambda x - 1) + 1 = \lambda(\lambda - 1) + \lambda x$$

7) Αντιστοιχίστε την εξίσωση με την αντίστοιχη ρίζα της.

α) $2x + 5(x - 3) + 4 = 3x + 1$

1) $x = -1$

β) $\frac{5x + 6}{8} - \frac{x}{3} = 4 \cdot \frac{2x - 1}{9}$

2) $x = 5$

γ) $12(x - 4)^2 = 3(2x - 5)^2 - (15x - 12)$

3) $x = 3$

δ) $\frac{x + 10}{9} = \frac{2x - 7}{3} + 4$

4) $x = 0$

5) $x = 2$

8) Να αποδείξετε τις παρακάτω ανισώσεις:

α) $\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \geq \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)^2$, β) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 3 \geq 2(\alpha + \beta + \gamma)$

9) Να σημειώσετε το σωστό ή το λάθος σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις.

α) $\alpha^2 + \beta^2 \geq 0$ για κάθε $\alpha, \beta \in \square$ Σ Λ

β) Αν $\frac{\alpha}{\beta} > 1$ τότε $\alpha > \beta$, ($\beta \neq 0$) Σ Λ

γ) Αν $\alpha > 0$ και $\beta > 0$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2$ Σ Λ

δ) Η ανίσωση $0x \leq -\alpha^2$, ($\alpha \neq 0$) είναι αδύνατη Σ Λ

10) Αν είναι $2 < x < 3$ και $1 \leq y \leq 4$ βρείτε μεταξύ ποιών τιμών περιέχονται οι παραστάσεις:

$$x + 2y, \quad 2x - 3y + 1, \quad \frac{2x}{y}$$

11) Αν είναι $\alpha > \beta > 0$ να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = 3|\alpha - \beta| + 5|\beta - \alpha| - |\alpha + 2\beta| + |2\alpha - \beta|$$

12) Να λυθούν οι εξισώσεις

α) $|3x - 1| = |x - 3|$, β) $\left| \frac{x+2}{x-1} \right| = 0$, γ) $\frac{|x|+2}{3} - \frac{3|x|-1}{2} = 3|x| - \frac{1}{6}$

13) Απλοποιήστε τις παραστάσεις:

α) $\sqrt{3^3 \sqrt{3}}$, β) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$, γ) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{4}$

14) Για ποιες πραγματικές τιμές του α η εξίσωση

$$x^2 - (\alpha - 3)x + 1 = 0$$
 έχει μια διπλή ρίζα;

Να βρείτε αυτή τη ρίζα.

15) Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$, β) $(x - 2)^2 + 3|x - 2| - 4 = 0$

16) Να βρείτε τις πραγματικές ρίζες της εξίσωσης

$$x^2 + (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$$