ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΠΑ.Λ. ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

24 Μαΐου 2012

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Επιμέλεια: Γιάννης Μοσχονάς

ΘΕΜΑ Α

Α 1. Ορισμός βιβλίου σελ.81.

Α 2. α) Σ , β) Σ , γ) Λ , δ) Σ , ε) Σ

Α 3. α) $\int_{\sim} \frac{1}{x}dx = \ln \quad - \ln\sim$, β) $\left(g \circ f\right)'(x) = g'\left(f(x)\right) \cdot f'(x)$ γ) $\int_{\sim} c dx = c(\quad - \sim)$

ΘΕΜΑ Β

Β 1. Ισχύει $6+5+4+© + 2© + 1 = 25 \Leftrightarrow 16 + 3© = 25 \Leftrightarrow © = 3$

Β 2.

Ημερήσιες ώρες Διαβάσματος x_i	Μαθητές ¬$_i$	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα(%) $f_i\%$	x_i¬$_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
Σύνολα	ν=25	[redacted]	100	75

Β 3. $\bar{x} = \frac{¬_1 x_1 + ¬_2 x_2 + \cdots + ¬_© x_©}{¬} = \frac{75}{25} = 3$

Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 25 (περιττός αριθμός), διάμεσος είναι η 13η παρατήρηση, δηλαδή δ=3.

Β 4. Τουλάχιστον 3 ώρες διαβάζουν 16%+12%+28%=56%.

ΘΕΜΑ Γ

Γ 1. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \left(\sim x^2 + \quad x\right) = \sim +$

Γ 2. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} =$

$$= \lim_{x \to 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} = \lim_{x \to 1^+} (\sqrt{x+3}+2) = \sqrt{4}+2 = 4 .$$

Γ 3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ αρκεί να ισχύει:

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$.

Έχουμε $f(1) = \sim \cdot 1 + \quad \cdot 1 = \sim +$. Άρα θα είναι $\sim + \quad = 4$.

Επειδή η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο Α(-1,2) θα ισχύει: $f(-1) = 2 \Leftrightarrow \sim(-1)^2 + \quad (-1) = 2 \Leftrightarrow \sim - \quad = 2$

Λύνουμε το σύστημα:

$$\left.\begin{matrix} \sim + \quad = 4 \\ \sim - \quad = 2 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} 2\sim = 6 \\ \sim + \quad = 4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} \sim = 3 \\ 3 + \quad = 4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} \sim = 3 \\ \quad = 1 \end{matrix}\right\}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ 1. Η παράγουσα της f είναι: $F(x)=3\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}-x+c=x^3-x^2-x+c$

Επειδή $F(0)=1$ έχουμε: $0^3-0^2-0+c=1 \Leftrightarrow c=1$.

Άρα είναι $F(x)=x^3-x^2-x+1$.

Δ 2. Η F είναι παραγωγίσιμη με $F'(x)=3x^2-2x-1$.

Είναι $F'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-2x-1=0, \quad \Delta=4+12=16$

Άρα $x_1=\frac{2+\sqrt{16}}{6}=1$ ή $x_2=\frac{2-\sqrt{16}}{6}=-\frac{1}{3}$.

Η μονοτονία της F φαίνεται στον πίνακα:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
F'		+	0	-	0	+	
F		↗	$\frac{32}{27}$ τ.μ.	↘	0 τ.ε.	↗	

Άρα είναι F γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-\frac{1}{3})$ και $(1,+\infty)$

Και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-\frac{1}{3},1]$.

Η F παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x_0=-\frac{1}{3}$ το

$F\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{1}{3}\right)^3-\left(-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-\frac{1}{3}\right)+1=\frac{32}{27}$ και τοπικό ελάχιστο στη θέση $x_0=1$

το $F(1)=1^3-1^2-1+1=1-1-1+1=0$.

Δ 3. Επειδή F είναι γνησίως αύξουσα στο $(1,+\infty)$ και είναι $1<2011<2012$ θα ισχύει: $F(2011)<F(2012)$.

Δ 4. Ισχύει $\mathrm{E}(\Omega)=\int_0^1 |f(x)|dx$. Από το Δ 2 έχουμε: $f(x)=F'(x)$

Οπότε $f(x)<0$ για κάθε $x\in[0,1]$.

Άρα θα είναι $\mathrm{E}(\Omega)=\int_0^1 -f(x)dx=-\int_0^1 F'(x)dx=-\left[F(1)-F(0)\right]=$

$F(0)-F(1)=1-0=1$ ^{2}.«.

Επιμέλεια λύσεων : Γιάννης Μοσχονάς, Μαθηματικός

www.moschonas.gr , E-mail: john@moschonas.gr