

- 1) Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η διάμεσος από την κορυφή Α είναι ίση με την πλευρά γ. Να δείξετε ότι: $\epsilon\phi B = 3\epsilon\phi\Gamma$.
- 2) Έστω $f(x) = \alpha\eta\mu\frac{\beta\chi}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\beta\chi}{2} + 4$, $x \in [0, 2\pi]$, $\alpha, \beta > 0$. Αν η περίοδος Τ της f είναι $T = \pi$ και η $f(x)$ έχει μέγιστη τιμή το 5 τότε: i) Να βρεθούν οι αριθμοί α, β . ii) Να βρεθεί το ελάχιστο της f καθώς επίσης οι τιμές του χ για τις οποίες η f δέχεται μέγιστο και ελάχιστο. iii) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $\chi\chi$ και βρείτε το πρόσημο της f . iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της f .
- 3) Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει σταθερό όρο 1, διαιρούμενο με το $x - \kappa$ δίνει πηλίκο $\pi_1(x) = x^2 - 4x + 2$ και διαιρούμενο με το $x - \lambda$ δίνει πηλίκο $\pi_2(x) = x^2 - 3x + 4$, να βρεθεί το $P(x)$ καθώς επίσης και τα υπόλοιπα των διαιρέσεων.
- 4) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x^2 - \rho^2$, $\rho \neq 0$, είναι $u(x) = \frac{P(\rho) - P(-\rho)}{2\rho} \cdot x + \frac{P(\rho) + P(-\rho)}{2}$.
- 5) Έστω το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_4 x^3 + \alpha_3 x^2 + \alpha_2 x + \alpha_1$ με $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \in \square$ και $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
Α) Εάν τα υπόλοιπα της διαίρεσης των πολυωνύμων $P(x)$ με τα πολυώνυμα $(x-1)$ και $(x+1)$ είναι 8 και 4 αντίστοιχα, να υπολογιστούν οι αριθμοί $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$.
Β) Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Α), να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 7$.
- 6) Α) Δίνεται η ακολουθία με τύπο $\alpha_n = \ln(2 \cdot 3^{n-1})$. Να δείξετε ότι η ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος και να βρεθεί ο α_1 και η διαφορά ω .
Β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $2^{\ln 2} + 2^{\ln 6} + 2^{\ln 18} + 2^{\ln 54} + 2^{\ln 162} + 2^{\ln 486}$.
- 7) Να λυθεί η εξίσωση: $\ln x + \ln x^2 + \ln x^3 + \ln x^4 + \dots + \ln x^{2002} = \ln(x^{2002} - 2)^{2003}$ με $x > \sqrt[2002]{2}$.
- 8) Ένας κηπουρός ποτίζει τα 99 δέντρα μιας ευθύγραμμης δεντροστοιχίας. Η απόσταση δύο γειτονικών δέντρων είναι 2m και η απόσταση της δεξαμενής νερού από το πρώτο δέντρο είναι επίσης 2m. Ο κηπουρός που βρίσκεται στη δεξαμενή διαθέτει ένα μόνο δοχείο και κάθε δέντρο πρέπει να ποτιστεί με όλο το νερό του δοχείου. Να βρείτε πόσα μέτρα θα διανύσει ο κηπουρός ώστε να ποτίσει όλα τα δέντρα της δεντροστοιχίας.
- 9) Έστω $f(x) = (1 - \kappa^2)^x$. α) Για ποιες τιμές του κ ορίζεται η f .
β) Εξετάστε αν υπάρχουν τιμές του κ για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα.
γ) Να βρείτε το κ αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το $P(1, \frac{1}{2})$.
- 10) Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{2 \log x + 1}{2 \log x - 1}$.
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{10}{3}$.