ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΓΙΑΝΝΗΣ ΜΟΣΧΟΝΑΣ ΦΥΛΛΑΔΙΟ $1^{ο}$

1) Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η διάμεσος από την κορυφή Α είναι ίση με την πλευρά γ .Να δείξετε ότι: εφΒ=3εφΓ.

2) Έστω $f(x)=\alpha\eta\mu\dfrac{\beta\chi}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\dfrac{\beta\chi}{2}+4$, $x\in[0,2\pi]$, $\alpha,\beta>0$.Αν η περίοδος Τ της f είναι Τ= π και η $f(x)$ έχει μέγιστη τιμή το 5 τότε: i)Να βρεθούν οι αριθμοί α , β. ii) Να βρεθεί το ελάχιστο της f καθώς επίσης οι τιμές του χ για τις οποίες η f δέχεται μέγιστο και ελάχιστο. iii) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον χ΄χ και βρείτε το πρόσημο της f . iv) Να γίνει η γραφική παράσταση της f .

3) Αν το πολυώνυμο P(x) έχει σταθερό όρο 1 , διαιρούμενο με το x-κ δίνει πηλίκο $\pi_1(x)=x^2-4x+2$ και διαιρούμενο με το x-λ δίνει πηλίκο $\pi_2(x)=x^2-3x+4$, να βρεθεί το P(x) καθώς επίσης και τα υπόλοιπα των διαιρέσεων.

4) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το $x^2-\rho^2$, $\rho\neq 0$, είναι $\upsilon(x)=\dfrac{P(\rho)-P(-\rho)}{2\rho}\cdot x+\dfrac{P(\rho)+P(-\rho)}{2}$.

5) Έστω το πολυώνυμο $P(x)=\alpha_4x^3+a_3x^2+a_2x+a_1$ με $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\in\mathbb{R}$ και $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Α) Εάν τα υπόλοιπα της διαίρεσης των πολυωνύμων P(x) με τα πολυώνυμα (x-1) και (x+1) είναι 8 και 4 αντίστοιχα , να υπολογιστούν οι αριθμοί $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$.

Β) Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Α) , να λυθεί η εξίσωση P(x)=7.

6) Α)Δίνεται η ακολουθία με τύπο $\alpha_\nu=\ln(2\cdot 3^{\nu-1})$. Να δείξετε ότι η ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος και να βρεθεί ο α_1 και η διαφορά ω.

Β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $2^{\ln 2}+2^{\ln 6}+2^{\ln 18}+2^{\ln 54}+2^{\ln 162}+2^{\ln 486}$.

7) Να λυθεί η εξίσωση: $\ln x+\ln x^2+\ln x^3+\ln x^4+\cdots+\ln x^{2002}=\ln(x^{2002}-2)^{2003}$ με $x>\sqrt[2002]{2}$.

8) Ένας κηπουρός ποτίζει τα 99 δέντρα μιας ευθύγραμμης δεντροστοιχίας. Η απόσταση δύο γειτονικών δέντρων είναι 2m και η απόσταση της δεξαμενής νερού από το πρώτο δέντρο είναι επίσης 2m.Ο κηπουρός που βρίσκεται στη δεξαμενή διαθέτει ένα μόνο δοχείο και κάθε δέντρο πρέπει να ποτιστεί με όλο το νερό του δοχείου. Να βρείτε πόσα μέτρα θα διανύσει ο κηπουρός ώστε να ποτίσει όλα τα δέντρα της δεντροστοιχίας.

9) Έστω $f(x)=(1-\kappa^2)^\chi$.α)Για ποιες τιμές του κ ορίζεται η f .

β)Εξετάστε αν υπάρχουν τιμές του κ για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα.

γ)Να βρείτε το κ αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το $P(1,\frac{1}{2})$.

10) Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x)=\dfrac{2\log x+1}{2\log x-1}$.

α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{10}{3}$.