ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ **ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΓΙΑΝΝΗΣ ΜΟΣΧΟΝΑΣ ΦΥΛΛΑΔΙΟ $1^{ο}$

1).Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$,ΑΓ=20 και ΒΓ=25 και το ύψος ΑΔ .Να υπολογιστούν τα μήκη των τμημάτων ΔΓ , ΔΒ , ΑΒ και ΑΔ.

2)Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι α=7 , β=5 και γ=$4\sqrt{2}$.Να βρεθεί:

α)Το είδος του τριγώνου.

β)Η προβολή της ΑΒ πάνω στη ΒΓ.

γ)Το ύψος ΑΔ και η γωνία $\hat{B}$.

3) Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A} = 150^\circ$ τότε αποδείξτε ότι ισχύει

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta \cdot \gamma \cdot \sqrt{3}.$$

4) Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha \cdot \mu_\alpha$.Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$.

5) Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ).Αποδείξτε ότι:

$$\Delta B^2 - B\Gamma^2 = AB \cdot \Gamma\Delta$$

6) Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ

είναι: $\alpha = \chi^2 + \chi + 1, \beta = 2\chi + 1, \gamma = \chi^2 - 1$.Να βρείτε

α)Τη μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου.

β)Τη γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά.

7) Ένα ορθογώνιο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα R.Αν Μ είναι ένα τυχαίο σημείο του κύκλου , να αποδείξετε ότι: $MA^2 + MB^2 + M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 8R^2$.

8) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2$.Η διάμεσος ΑΜ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου στο σημείο Δ.Να αποδειχθεί ότι:α) $AM = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}$

και β) $M\Delta = \frac{\alpha\sqrt{3}}{6}$.

9) Σε ένα οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τη διάμεσό του ΑΜ και το ύψος του ΒΔ.Να αποδειχθεί ότι: $AM^2 - MB^2 = A\Delta \cdot A\Gamma$.

10) Δίνεται κύκλος (Ο,8)και σημείο Α εξωτερικό του κύκλου.Αν ΑΒΓ είναι τέμνουσα του κύκλου, τέτοια ώστε ΑΒ=8 και ΒΓ=2

α)Να βρείτε τη δύναμη του σημείου Α ως προς τον κύκλο (Ο,8).

β)Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΓ.

γ)Να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\hat{O}AB$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ **ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΓΙΑΝΝΗΣ ΜΟΣΧΟΝΑΣ ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2^{o}

1) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με διάμεσο ΑΜ έχει ΑΒ=6 και ΑΓ=8. Να υπολογιστεί ο λόγος $\frac{E_1}{E_2}$ όπου E_1, E_2 τα εμβαδά των εγγεγραμμένων κύκλων Των τριγώνων ΜΑΒ και ΜΑΓ αντίστοιχα.

2) Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ εγγράψιμο σε κύκλο με ΑΒ=α , ΒΓ=β , ΓΔ=γ , ΑΔ=δ .

Να δείξετε ότι : $\frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{\alpha\beta + \gamma\delta} = \frac{\eta\mu \mathrm{B}}{\eta\mu \mathrm{A}}$.

3) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ= $6\sqrt{2}$, ΑΓ=3.Αν $\mathrm{A\Delta} \perp \mathrm{B\Gamma}$ και $\mathrm{\Delta E} \perp \mathrm{A\Gamma}$ τότε :

α)Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ.

β)Να δείξετε ότι $\mathrm{\Delta B} \cdot \mathrm{\Delta\Gamma} = \mathrm{A\Gamma} \cdot \mathrm{AE}$.

4) Δίνεται εγγράψιμο τετράπλευρο ΑΒΓΔ , ώστε οι πλευρές του ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ , ΔΑ με τη σειρά που δίνονται να αποτελούν γεωμετρική πρόοδο.Να αποδείξετε ότι η διαγώνιός του ΔΒ , το χωρίζει σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα .Βρείτε το είδος του τετραπλεύρου.

5) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 60^\circ$ και β+γ=2. Αν ΑΔ η διχοτόμος του και $\mathrm{\Delta E} \perp \mathrm{AB}$ να δείξετε ότι :i)(ΑΒΓ)= $\frac{1}{2}$ΑΔ . ιι)ΑΔ= $\frac{\beta\gamma\sqrt{3}}{2}$. ιιι) $\frac{(\mathrm{AE\Delta})}{(\mathrm{A\Gamma\Delta})} = \frac{3\gamma}{4}$.

6) Από σημείο Α εκτός κύκλου (Ο,R) με ΟΑ=2R φέρνουμε τις εφαπτόμενες ΑΒ και ΑΓ.Να υπολογιστεί το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

7) Έστω κανονικό 9-γωνο και κανονικό 7-γωνο εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο (Ο,R). Να αποδείξετε ότι: $2\frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\lambda_7 - \lambda_9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_7 + \lambda_9}{\alpha_9 + \alpha_7}$.

8) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο,R).Οι πλευρές ΑΒ και ΑΓ του τριγώνου είναι ίσες με τις πλευρές του εγγεγραμμένου τετραγώνου και του εγγεγραμμένου ισοπλεύρου τριγώνου , αντίστοιχα, στον κύκλο αυτό.

Να υπολογιστούν : α) Οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. β) Το ύψος υ_α του τριγώνου. γ) Οι πλευρές του τριγώνου . δ) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

9) Δυο χορδές ΑΕ και ΒΔ ενός κύκλου (Ο,R) τέμνονται στο σημείο Γ, έτσι ώστε να ισχύει: ΓΕ= λ_4 , και ΓΔ= λ_6 .Να βρείτε το λόγο $\frac{(\mathrm{\Gamma BE})}{(\mathrm{A\Gamma\Delta})}$.

10) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\hat{A} = 105^\circ, \hat{B} = 45^\circ$ και το ύψος ΑΔ=λ. Με κέντρα τις κορυφές Β ,Γ και ακτίνες ΒΑ , ΓΑ αντίστοιχα , γράφουμε τόξα $\overset{\frown}{AZ}, \overset{\frown}{AH}$ εντός του τριγώνου.Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τριών χωρίων στα οποία χωρίζουν το τρίγωνο τα τόξα αυτά.