ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1) Αν $\hat{\phi}$ είναι η συμπληρωματική μιας γωνίας $\hat{\theta}$ και $\hat{\omega}$ η παραπληρωματική γωνία της $\hat{\theta}$, να δείξετε ότι:

$$\hat{\omega} = 2\hat{\phi} + \hat{\theta}$$

2) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) τέτοιο ώστε να ισχύει: $\hat{A} - \hat{B} = 33^\circ$. Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου.

3) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}$ *και* $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο Ι. Η παράλληλη ευθεία από το Ι προς την ΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Δ και την ΑΓ στο Ε. Αποδείξτε ότι: ΔΕ = ΔΒ + ΕΓ.

4) Δίνεται γωνία $\widehat{xoy}$ και η διχοτόμος της Οδ. Έστω τυχαίο σημείο Μ της Οδ και η κάθετη από το Μ στην Οδ, η οποία τέμνει τις πλευρές οχ και ογ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι:
α) ΟΑ = ΟΒ , β) ΟΜ διάμεσος του τριγώνου ΟΑΒ.

5) Δυο τρίγωνα ΑΒΓ *και* Α′Β′Γ′ έχουν $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ *και* $\mu_\alpha = \mu_{\alpha'}$. Αποδείξτε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

6) Έστω το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου τα ισόπλευρα τρίγωνα ΑΒΔ , ΑΕΓ και ΖΒΔ. Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισοσκελές.

7) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Φέρνουμε από το Β κάθετη στην ΑΔ η οποία τέμνει την ΑΔ στο Ε και την ΑΓ στο Ζ. Να αποδειχθεί ότι η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\Delta Z}$.

8) Στον κύκλο (Ο, R) θεωρούμε τις χορδές ΑΒ και ΓΔ με ΑΒ = ΓΔ και έστω Μ το σημείο τομής τους. Να αποδειχθεί ότι η ΟΜ είναι διχοτόμος της μιας από τις γωνίες των δυο χορδών.

9) Έστω ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο με ΑΒ = ΑΓ και Μ ένα σημείο της πλευράς ΑΒ. Να αποδειχθεί ότι: ΜΒ < ΜΓ.

10) Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και Δ , Ε σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Φέρουμε την ΔΓ. Να αποδειχθεί ότι: ΔΕ < ΒΓ.

11) Έστω ΑΒΓΔ ένα κυρτό τετράπλευρο. Να αποδείξετε ότι:

i) $ΑΒ + ΓΔ < ΑΓ + ΒΔ$, ii) $2ΑΓ < ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΔΑ$

12) Να σημειώσετε το σωστό ή το λάθος και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

α) Οι κύκλοι (Ο,3) και (Κ,2) με ΟΚ = 4 δεν εφάπτονται ούτε τέμνονται . Σ Λ .

β) Για τους κύκλους (Ο, ρ) και (Κ, τ) ισχύει: $ρ = τ + 2$. Αν ΟΚ = 1 , τότε οι δυο κύκλοι τέμνονται. Σ Λ .

γ) Δυο τεμνόμενοι κύκλοι έχουν πάντα δυο κοινές εφαπτόμενες. Σ Λ .