

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

- 1) Αν $\hat{\phi}$ είναι η συμπληρωματική μιας γωνίας $\hat{\theta}$ και $\hat{\omega}$ η παραπληρωματική γωνία της $\hat{\theta}$, να δείξετε ότι:
$$\hat{\omega} = 2\hat{\phi} + \hat{\theta}$$
- 2) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) τέτοιο ώστε να ισχύει:
 $\hat{A} - \hat{B} = 33^\circ$. Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου.
- 3) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο I . Η παράλληλη ευθεία από το I προς την $B\Gamma$ τέμνει την AB στο Δ και την $A\Gamma$ στο E . Αποδείξτε ότι: $\Delta E = \Delta B + E\Gamma$.
- 4) Δίνεται γωνία \hat{xoy} και η διχοτόμος της $O\delta$. Έστω τυχαίο σημείο M της $O\delta$ και η κάθετη από το M στην $O\delta$, η οποία τέμνει τις πλευρές ox και oy στα σημεία A και B αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι:
α) $OA = OB$, β) OM διάμεσος του τριγώνου OAB .
- 5) Δυο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ έχουν $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ και $\mu_\alpha = \mu_{\alpha'}$. Αποδείξτε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.
- 6) Έστω το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου τα ισόπλευρα τρίγωνα $AB\Delta$, $A\epsilon\Gamma$ και $ZB\Delta$. Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο $\Delta\epsilon Z$ είναι ισοσκελές.
- 7) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Φέρνουμε από το B κάθετη στην $A\Delta$ η οποία τέμνει την $A\Delta$ στο E και την $A\Gamma$ στο Z . Να αποδειχθεί ότι η ΔE είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}\Delta Z$.
- 8) Στον κύκλο (O, R) θεωρούμε τις χορδές AB και $\Gamma\Delta$ με $AB = \Gamma\Delta$ και έστω M το σημείο τομής τους. Να αποδειχθεί ότι η OM είναι διχοτόμος της μιας από τις γωνίες των δυο χορδών.
- 9) Έστω $AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο με $AB = A\Gamma$ και M ένα σημείο της πλευράς AB . Να αποδειχθεί ότι: $MB < M\Gamma$.
- 10) Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και Δ, E σημεία των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Φέρουμε την $\Delta\Gamma$. Να αποδειχθεί ότι: $\Delta E < B\Gamma$.

- 11) Έστω $AB\Gamma\Delta$ ένα κυρτό τετράπλευρο. Να αποδείξετε ότι:
i) $AB + \Gamma\Delta < A\Gamma + B\Delta$, ii) $2A\Gamma < AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A$

12) Να σημειώσετε το σωστό ή το λάθος και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- α) Οι κύκλοι $(O,3)$ και $(K,2)$ με $OK = 4$ δεν εφάπτονται ούτε τέμνονται. Σ Λ .
- β) Για τους κύκλους (O, ρ) και (K, τ) ισχύει: $\rho = \tau + 2$.
Αν $OK = 1$, τότε οι δυο κύκλοι τέμνονται. Σ Λ .
- γ) Δυο τεμνόμενοι κύκλοι έχουν πάντα δυο κοινές εφαπτόμενες. Σ Λ .