

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι Γ ΕΠΑΛ

Τρίτη 3/6/2014

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α.

A1. Ορισμός, σχολικό βιβλίο σελ. 138

A2. α) Σ , β) Λ , γ) Λ , δ) Λ , ε) Σ

A3.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathcal{R} τότε
 $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \text{συν} x dx = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathcal{R}$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |l|$

ΘΕΜΑ Β.

B1. Έχουμε $xf(x) - 2f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow$

$$(x - 2)f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, x \neq 2$$

B2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 2 + 2 = 4$

B3. αφού f συνεχής στο $\mathcal{R} \Rightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

ΘΕΜΑ Γ.

Γ1.

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 ^η κλάση	[25,35)	100	30	3000	50
2 ^η κλάση	[35,45)	50	40	2000	25
3 ^η κλάση	[45,55)	40	50	2000	20
4 ^η κλάση	[55,65)	10	60	600	5
ΣΥΝΟΛΑ		N = 200		7600	100

Γ2.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{7600}{200} = 38$$

Γ3.

Τουλάχιστον 45 ετών είναι το $f_3\% + f_4\% = 20 + 5 = 25\%$

Γ4.

Μετά τις απολύσεις και τις προσλήψεις οι συχνότητες θα γίνουν:

v_i	x_i	$x_i v_i$
110	30	3300
45	40	1800
40	50	2000
5	60	300
Σύνολο 200		7400

Άρα η καινούργια μέση τιμή θα είναι :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{7400}{200} = 37$$

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1. $f(x) = e^x(x - 1) \Rightarrow f'(x) = [e^x(x - 1)]' =$

$$= (e^x)'(x - 1) + e^x(x - 1)' = e^x(x - 1) + e^x = f(x) + e^x$$


Δ2. $f'(x) = f(x) + e^x = e^x(x - 1) + e^x = e^x x - e^x + e^x = x e^x$

με $f'(x) > 0 \Rightarrow x e^x > 0 \Rightarrow x > 0$

με $f'(x) < 0 \Rightarrow x e^x < 0 \Rightarrow x < 0$ και $f'(0) = 0$

Έχουμε τον παρακάτω πίνακα μεταβολών.

Έχουμε τον παρακάτω πίνακα μεταβολών.

x	0
$f'(x)$	- 0 +
$f(x)$	

$f \text{ ελ} = f(0) = -1$

άρα στο $(-\infty, 0)$ είναι γνήσια φθίνουσα

στο $(0, +\infty)$ είναι γνήσια αύξουσα

και με $x = 0 \Rightarrow f(0) = -1$

Δ3.

$$E = \int_{-1}^1 |g(x)| dx = \int_{-1}^1 |f'(x)| dx$$

αλλά από προηγούμενο πίνακα \Rightarrow

στο $[-1, 0] \Rightarrow f'(x) < 0$ και στο $[0, 1] \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} E &= - \int_{-1}^0 f'(x) dx + \int_0^1 f'(x) dx = - [f(x)]_{-1}^0 + [f(x)]_0^1 \\ &= -[f(0) - f(-1)] + [f(1) - f(0)] \\ &= -f(0) + f(-1) + f(1) - f(0) = -2f(0) + f(-1) + f(1) = \\ &= -2(-1) + e^{-1}(-2) + 0 = 2 - \frac{2}{e} = 2\left(1 - \frac{1}{e}\right) \end{aligned}$$

Επιμέλεια λύσεων: Γιάννης Μοσχονάς – Μαθηματικός