ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:	*08 / 06 /2017*
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:	***Μαθηματικά (Άλγεβρα)***

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Α

Α1) Απόδειξη σχολικού Βιβλίο σελ. 31

Α2) α)**Λ** β)**Σ** γ)**Σ**

Α3) α) $\left(x^{p}\right)' = p \cdot x^{p-1}$

β) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

γ) $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} \cdot w_i}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Για $x \neq 1$, έχουμε $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x+2)(x-1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}(x+2) = 3$

Επομένως $\kappa = 3$

Β2. Έχουμε λοιπόν τους βαθμούς

$$4,\ 3,\ 5,\ 6,\ 2\cdot 3+1,\ 4,\ 6,\ 3+2,\ 6,\ 4$$

Η μέση τιμή των βαθμών θα είναι:

$$\bar{x} = \frac{4+3++5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

Β3. Η διακύμανση των βαθμών θα είναι:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{v}(t_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2}{10} =$$

$$= \frac{1+4+1+4+1+1+1+1}{10} = \frac{14}{10} = 1{,}4$$

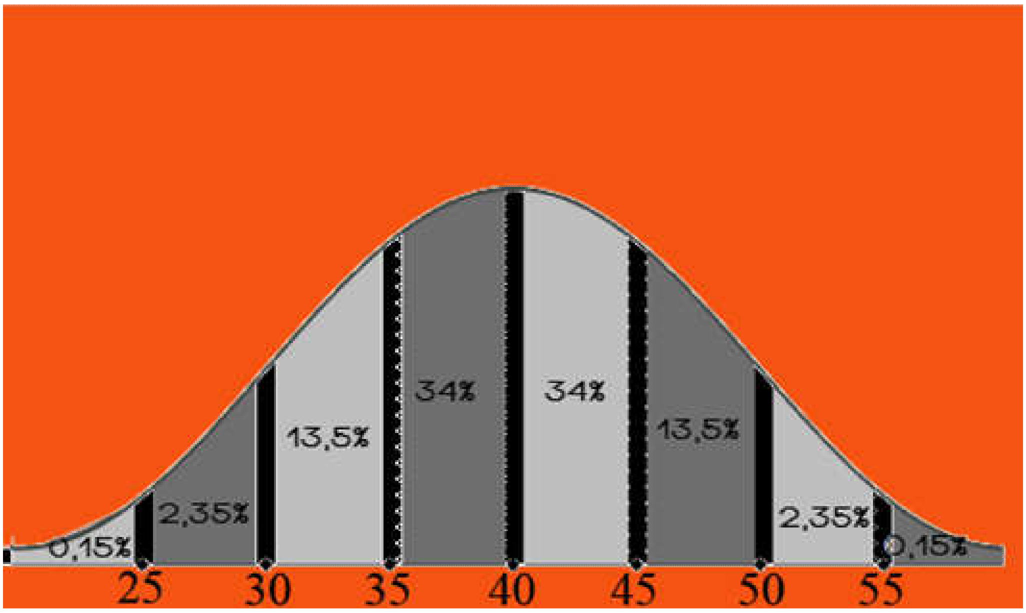
Β4. $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{1{,}4}}{5} \simeq \frac{1{,}18}{5} \simeq 0{,}236$

Θέμα Γ

Γ1) Ξέρουμε ότι στην κανονική κατανομή η διάμεσος και η μέση τιμή συμπίπτουν , επομένως αφού έχουμε $\delta = 40$ άρα και $\bar{x} = 40$.

Γ2) Επίσης το 16% με ηλικία μικρότερη των 35 ετών αντιστοιχεί στο $\bar{x} - s$

Επομένως $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$



Γ3) Οι εργαζόμενοι με ηλικία μεγαλύτερη από 45 ετών είναι το 16%.

Επομένως $0,16 \cdot 400 = 64$ άτομα.

Γ4) Οι εργαζόμενοι με ηλικίες άνω των 30 ετών και κάτω των 45 ετών είναι σε ποσοστό : $\dfrac{95\%}{2} + \dfrac{68\%}{2} = 81,5\%$ επομένως σε πλήθος είναι

$0,815 \cdot 400 = 362$ άτομα.

Θέμα Δ

Δ1)

Έχουμε πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$,

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1\right)' = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$$

Με τη βοήθεια της διακρίνουσας βρίσκουμε 2 ρίζες τις : 1, 3

Κάνουμε το πίνακα προσήμων και έχουμε:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	0	-	
f		↘	T.E.	↗	T.M.	↘	

Συνεπώς η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα [1,3] και γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty,1],[3,+\infty)$.

Δ2) Από το Δ1 έχουμε τοπικό ελάχιστο στο

$x=1, f(1)=-\frac{1}{3}+2-3+1=-\frac{1}{3}$ άρα στο $\left(1,-\frac{1}{3}\right)$

Και τοπικό μέγιστο στο $x=3, f(3)=-\frac{1}{3}\cdot 27+18-9+1=1$ άρα στο $(3,1)$

Δ3) Για να είναι παράλληλη η εφαπτομένη στην ευθεία $y=x+2017$ θα πρέπει να έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης λ. Επομένως $\lambda=f'(x)=1$

$f'(x)=1 \Rightarrow -x^2+4x-3=1 \Rightarrow -x^2+4x-4=0, \Delta=4^2-4(-1)(-4)=16-16=0$

$x_{1,2}=\frac{-4\pm 0}{-2}=2$, $f(2)=-\frac{1}{3}\cdot 8+8-6+1=\frac{9-8}{3}=\frac{1}{3}$

Άρα το σημείο είναι το $A\left(2,\frac{1}{3}\right)$

Δ4) $f''(x)=(-x^2+4x-3)'=-2x+4$, έχουμε $y=-2x+4$

Άρα $y_i=-2x_i+4$, $i=1,2,3,4,5$.

Μας δίνεται ότι $s_x=3$, επίσης γνωρίζουμε ότι ισχύει : $\overline{y}=-2\overline{x}+4$

και $s_y=|-2|\cdot s_x \Rightarrow s_y=2\cdot s_x$.Επομένως $s_y=2\cdot 3=6$