

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ (Γ.Π.) Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυλλάδιο 7<sup>ο</sup> : Κεφ. 3 - Πιθανότητες

- 1) Από το σύνολο  $A = \{1, 2\}$  επιλέγουμε τυχαία ψηφία και κατασκευάζουμε έναν τριψήφιο αριθμό. Να βρεθούν:
- Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.
  - Τα ενδεχόμενα: A: «Ακριβώς δυο ψηφία να είναι 1» ,  
B: «Ένα τουλάχιστον ψηφίο είναι 2».
  - Τα ενδεχόμενα  $A \cup B$  ,  $A \cap B$  ,  $A'$  ,  $B'$  ,  $A' \cap B$  ,  $B - A$  ,  
 $(A \cup B)'$  ,  $(A - B) \cup (B - A)$  ,  $(A \cap B)'$ .
- 2) Ένας κουμπαράς έχει 10 νομίσματα: 3 των 50 ευρώ , 4 των 100 ευρώ και 3 των 20 ευρώ. Παίρνουμε ένα νόμισμα στην τύχη. Να βρεθεί η πιθανότητα:
- Να είναι των 50 ευρώ ή των 20 ευρώ.
  - Να μην είναι ούτε των 50 ούτε των 100 ευρώ.
- 3) Σε μια κοινότητα το 40% των κατοίκων της καπνίζει , το 32% πίνει και το 60% καπνίζει ή πίνει. Ποιο είναι το ποσοστό των κατοίκων που και καπνίζουν αλλά και πίνουν;
- 4) Διαλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη. Η πιθανότητα να έχει κινητό τηλέφωνο είναι 40% , η πιθανότητα να έχει μηχανάκι είναι 35%, ενώ η πιθανότητα να έχει και τα δύο είναι 10%. Να βρεθεί η πιθανότητα:
- Να έχει ένα τουλάχιστον από τα δυο.
  - Να μην έχει κινητό τηλέφωνο.
  - Να μην έχει μηχανάκι.
  - Να μην έχει κανένα από τα δυο.
  - Να έχει μόνο ένα από τα δυο.
  - Να έχει κινητό αλλά όχι μηχανάκι.
- 5) Σε μια τάξη 30 μαθητών , οι 20 δεν συμπαθούν τα μαθηματικά , οι 14 δεν συμπαθούν τα φιλολογικά και οι 5 δεν συμπαθούν ούτε τα μαθηματικά ούτε τα φιλολογικά μαθήματα. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή της τάξης αυτής, να βρείτε την πιθανότητα να συμπαθεί και τα μαθηματικά και τα φιλολογικά μαθήματα.
- 6) Ένα κουτί περιέχει 12 άσπρες , x κόκκινες και y πράσινες σφαίρες. Αν επιλέξουμε τυχαία μια σφαίρα, η πιθανότητα να είναι κόκκινη είναι  $\frac{1}{2}$  και η πιθανότητα να είναι πράσινη είναι  $\frac{1}{3}$ . Να βρείτε τα x και y.
- 7) Δίνεται ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$  και τα ενδεχόμενα  
 $A = \{\omega_2, \omega_3\}$  και  $B = \{\omega_2, \omega_4\}$  .  
Αν είναι  $P(A) = \frac{5}{8}$  ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  και  $P(\omega_2) = \frac{1}{6}$  , να βρεθεί το  $P(\omega_1)$ .

8) Για τα ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύουν:

$$P(A) = 2P(A') \quad , \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad \text{και} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}.$$

Να βρεθούν οι πιθανότητες:  $P(A)$  ,  $P(B')$  ,  $P(A \cup B)$  ,  $P(B - A)$  ,  $P(B' \cap A)$  .

9) Για τα ενδεχόμενα A και B ισχύουν:  $P(A) = \frac{1}{3}$  ,  $P(B) = \frac{1}{4}$  .

Δείξτε ότι  $0 \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{4}$  .

10) Για τα ενδεχόμενα A , B ισχύουν:  $P(A) = 0,4$  και  $P(B) = 0,7$  .

i) Είναι τα A και B ασυμβίβαστα;

ii) Δείξτε ότι  $0,1 \leq P(A \cap B) \leq 0,4$  .

11) Αν A ,B ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  με:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4} \quad \text{και} \quad P(A') = \frac{1}{4} \quad . \quad \text{Να βρείτε τις πιθανότητες}$$

$P(A)$  ,  $P(B)$  ,  $P(B' \cap A)$  ,  $P(A' \cup B')$  .

12) Έστω A , B ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A) \neq 0$  .

Αν ισχύουν  $\frac{P(A')}{P(A)} \leq \frac{2}{3}$  και  $P(B) \geq 2P(B')$  , τότε:

i) Να εξετάσετε αν τα A και B είναι ασυμβίβαστα.

ii) Να αποδειχθεί ότι:  $P(A \cup B) \geq \frac{2}{3}$  .

13) Ένα κουτί περιέχει 40 μπάλες από τις οποίες οι 20 είναι άσπρες , οι 10 είναι μαύρες και οι υπόλοιπες είναι πράσινες ή κόκκινες. Επιλέγουμε από το κουτί μια μπάλα στην τύχη. Αν είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να επιλεγεί κόκκινη μπάλα είναι  $\frac{\lambda}{3\lambda + 4}$  και η πιθανότητα να επιλεγεί πράσινη είναι  $\frac{\lambda - 1}{9\lambda + 2}$  , με  $\lambda \in \mathbb{N}^*$  , να βρείτε πόσες κόκκινες και πόσες πράσινες μπάλες περιέχει το κουτί.

14) Έστω  $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$  είναι ένας δειγματικός χώρος με  $P(1) = 2P(2) = 4P(3) = \frac{1}{2}$  ,

α) Υπολογίστε την πιθανότητα  $P(0)$  .

β) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + 3(\lambda^2 - 4\lambda)x^2 + 12x - 3\lambda$  και τα ενδεχόμενα A και B του δειγματικού χώρου  $\Omega$  με:

$$A = \{\lambda \in \Omega \mid \eta f \text{ έχει ακρότατο για } x=1\}$$

$$B = \{\lambda \in \Omega \mid \eta \text{ καμπύλη της } f \text{ διέρχεται από το σημείο } M(1,2)\}.$$

i) Να παρασταθούν με αναγραφή τα ενδεχόμενα A και B.

ii) Να βρείτε τις πιθανότητες  $P(A)$  ,  $P(B)$  ,  $P(A \cap B)$  ,  $P(A \cup B)$  ,  $P(B - A)$  .

iii) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα