

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=(x)'=1$ για κάθε x στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 8

A2. α. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (μον. 3)

β. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (μον. 4)

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$.

β. Ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

γ. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν α_i συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα ν_i , τότε $\alpha_i = \frac{\nu_i}{\nu} \cdot 360^\circ$ για $i = 1, 2, \dots, \kappa$ και ν το μέγεθος του δείγματος.

ε. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, όπου l_1, l_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = l_1 l_2$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι τιμές ενός δείγματος είναι $11, 7, \kappa, 13, 11, 10$ όπου $\kappa > 0$. Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι $CV = 20\%$ και η διακύμανσή του είναι $s^2 = 4$.

B1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} του παραπάνω δείγματος.

Μονάδες 5

B2. Αν $\bar{x} = 10$, να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού κ .

Μονάδες 7

B3. Αν $\kappa = 8$, να υπολογίσετε τη διάμεσο (δ) (μον. 4) και το εύρος (R) (μον. 2) του παραπάνω δείγματος.

Μονάδες 6

B4. Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων τιμών είναι ομοιογενές (μον. 5) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (μον. 2).

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Γ1. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$.

Μονάδες 3

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 5) και να δείξετε ότι $f(x) \geq 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ (μον. 6).

Μονάδες 11

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(5, f(5))$.

Μονάδες 6

Γ4. Αν A, B είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης ε με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A (μον. 3) και B (μον. 2).

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x, \quad \text{όπου } \lambda \in \mathbb{R} \text{ σταθερά.}$$

Δ1. Για $\lambda = 3$ να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 4) και να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{3}{8}\right)$ και $f\left(\frac{5}{6}\right)$ (μον. 3).

Μονάδες 7

Δ2. Για $\lambda = 3$ να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{(\sqrt{x} - 1) \cdot (x^2 - x)}.$$

Μονάδες 7

Δ3. Για $\lambda = 3$ να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του λ για την οποία η συνάρτηση f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.**
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ